١٠-١ توزيـع ذي الحدين | Math Show | الصف الحادي عشر متقدم

توزيـع ذي الحدين:

أحد التوزيعات الاحتمالية للمتغير العشوائي المنفصل	لتجربة عشوائية تتكرر (ن) من المرات	التجربة العشوائية لها ناتجان فقط النجاح والفشل
وكل من النجاح والفشل حدثان متتامان	ب: احتمال النجاح ١-ب: احتمال الفشل	ر: عدد النجاحات التي يراد رصدها

ويعبر عن المتغير العشوائي الذي يتبع توزيـع ذي الحدين بالصورة التالية

س ~ ث(ن ، ب)

وتعني س تتبع توزيـع ذي الحدين لتجربة عشوائية تكررت ن من المرات واحتمال النجاح بها = ب

بالتالي يكون احتمال الحصور على (ر) من النجاحات =

$$ل(س=ر) = \binom{ن}{ر} ب^{ر} (١ - ب)^{ن-ر}$$

مثال(١): ألقي حجر نرد منتظم ذي ستة أوجه ٤ مرات، أوجد احتمال الحصول على العدد ٦ ثلاث مرات

الحل

هنا لدينا تجربة (القاء حجر نرد منتظم) تكررت ٤ مرات

النجاح: هنا هو الحصول على العدد ٦ والفشل: عدم الحصول على العدد ٦

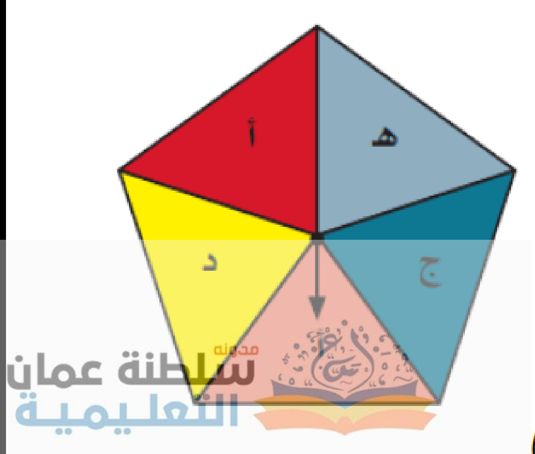
عدد النجاحات المطلوبة: ٣

احتمال النجاح: عدد مرات ظهور العدد ٦ على حجر النرد = $\frac{١}{٦}$

احتمال الفشل = ١- $\frac{١}{٦}$ = $\frac{٥}{٦}$

$$ل(س=٣) = \binom{٤}{٣} (\frac{١}{٦})^{٣} (\frac{٥}{٦})^{١} = ٠,٠١٥$$

١٠-١ توزيع ذي الحدين | Math Show | الصف الحادي عشر متقدم



مثال (٢): يبيّن الشكل المجاور قرصًا دوّارًا خماسيًا منتظمًا، إذا دُوّر القرص ١٠ مرات، فأوجِد احتمال أن يتوقف، المؤشر عند الحرف أ ثلاث مرات

الحل

ن = ١٠ ر = ٣ ب: احتمال ظهور الحرف أ على القرص

ب= $\frac{١}{٥}$ = ٠,٤ ١-ب = ١- ٠,٤ = ٠,٦

بالتالي يكون المتغير العشوائي س يتبع توزيع ذي الحين س ~ ث(١٠ ، ٠,٤)

ل(س=٣) = $\binom{١٠}{٣}$ × (٠,٤)^{٣} × (٠,٦)^{٧} = ٠,٢١٥

تطبيق التعلم: المجموعة الأولى

(١) إذا كان المتغير س يتبع توزيعًا ذا حدّين، ن = ٤، ب = ٠,٢ أوجد

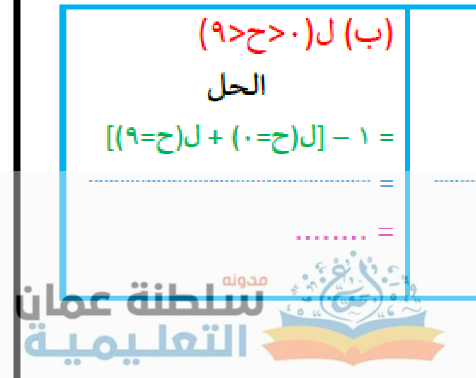
(أ) ل(س=٤)	(ب) ل(س=٠)	(ج) ل(س=٣)	(ب) ل(س=٣ أو ٤
الحل	الحل	الحل	الحل
= $\binom{٤}{٤}$ × (٠,٢)^{٤} × (٠,٨)^{٠}	= $\binom{٤}{٠}$ × (٠,٢)^{٠} × (٠,٨)^{٤}	= $\binom{٤}{٣}$ × (٠,٢)^{٣} × (٠,٨)^{١}	ل(س=٣) + ل(س=٤)
= ٠,٠٠١٦	= ٠,٤٠٩٦	=	= ....
			= ....

(٢) إذا علمت أن ص ~ ث(٧ ، ٠,٦) فأوجد

(أ) ل(ص=٧)	أ) ل(ص=٥)	(ج) ل(ص≠٤)	(ب) ل(٣<ص<٦)
الحل	الحل	الحل	الحل
= $\binom{٧}{٧}$ × (٠,٦)^{٧} × (٠,٤)^{٠}	= $\binom{٧}{٥}$ × (٠,٦)^{٥} × (٠,٤)^{٢}	= ١ – ل(ص=٤)	ل(س=٤) + ل(س=٥)
.......=	.......=	= ١- $\binom{٧}{٤}$ × (٠,٦)^{٤} × (٠,٤)^{٣}	= ....
		=	= ....

(٣) إذا علمت أن ح ~ ث(٩ ، ٠,٣٢) فأوجد

(أ) ل(ح=٥)	(ب) ل(ح≠٥)	(ج) ل(ح<٢)	(ب) ل(٠<ح<٩)
الحل = $\binom{٩}{٥}$ × (٠,٣٢)^{٥} × (٠,٦٨)^{٤} = ...	الحل = ١ − ل(ح=٥) = ١- $\binom{٩}{٥}$ × (٠,٣٢)^{٥} × (٠,٦٨)^{٤} = ...	الحل ل(ح = ٠) + ل(ح =١) = ... = ...	الحل = ١ − [ل(ح=٠) + ل(ح=٩)] = ... = ...



(٤) أوجِد احتمال كل حدث من الأحداث الآتية

(أ) ظهور خمس صور عند رمي قطعة نقد منتظمة تسع مرات	(ب) ظهور العدد ٦ مرتَين عند رمي حجر نرد منتظم ١١ مرة
الحل ن = ٩ ر= ٥ ب = ٠,٥ ١-ب = ٠,٥ ل(س =٥) = $\binom{٩}{٥}$ × (٠,٥)^{٥} × (٠,٥)^{٤} ل(س =٥) = ٠,٢٤٦	الحل ن = ١١ ر= ٢ ب = $\frac{١}{٦}$ ١-ب = $\frac{٥}{٦}$ ل(س=٢) = $\binom{١١}{٢}$ $(\frac{١}{٦})^{٢}$ $(\frac{٥}{٦})^{٩}$ = ٠,٢٩٦

تطبيق التعلم: المجموعة الثانية توظيف توزيع ذي الحدين في مواقف حياتية

(٥) ينجح في اختبار القيادة ٧٠ % من الأشخاص من المحاولة الأولى. أوجِد احتمال أن ينجح خمسة أشخاص اختيروا عشوائيًا من بين ٨ أشخاص تقدموا للاختبار لأول مرة

الحل

ن = ٨ ر= ٥ ب = ٠,٧ ١-ب = ٠,٣

ل(س =٥) = $\binom{٨}{٥}$ × (٠,٧)^{٥} × (٠,٣)^{٣}

ل(س =٥) = ٠,٢٥٤

١٠-١ توزيع ذي الحدين Math Show الصف الحادي عشر متقدم

(٦) فرصة لاعب كرة قدم للتسجيل في كل ضربة جزاء هي ٩٥٪. أوجد احتمال

(أ) أن يُسجل جميع ضربات الجزاء ال ١٠ التالية	(ب) يفشل في تسجيل واحدة من سبع ضربات جزاء التالية
الحل ن = ١٠ ر = ١٠ ب = ٠,٩٥ ١-ب = ٠,٠٥ ل(س = ١٠) = $\binom{١٠}{١٠}$ × (٠,٩٥)^{١٠} × (٠,٠٥)^{٠} ل(س = ١٠) = ٠,٥٩٨٧	الحل ن = ٧ ر = ١ ب = ٠,٠٥ ١-ب = ٠,٩٥ ل(س = ١) = $\binom{٧}{١}$ × (٠,٠٥)^{١} × (٠,٩٥)^{٦} ل(س = ١) = ٠,٢٥٧

(٧) معدل فشل زراعة بذور نوع معيّن من الطماطم هو ١٣ ٪ خلال ١٠ أيام من زراعتها. أوجد احتمال أن تنجح زراعة ٣٤ أو ٣٥ بذرة اختيرت عشوائيًا من ٤٠ بذرة خلال ١٠ أيام من زراعتها

الحل

معدل الفشل = ٠,١٣ بالتالي يكون معدل النجاح = ١- ٠,١٣ = ٠,٨٧

ن = ٤٠ ب = ٠,٨٧ ١-ب = ٠,١٣ ر = ٣٤ أو ٣٥

ل(س=٣٤) + ل(س=٣٥) = $\binom{٤٠}{٣٤}$ × (٠,٨٧)^{٣٤} × (٠,١٣)^{٦} + $\binom{٤٠}{٣٥}$ × (٠,٨٧)^{٣٥} × (٠,١٣)^{٥} = ٠,٣٤٩

---

(٨) ينتج مصنع ألواح دوائر إلكترونية ومعدل وجود خطأ فيها ٠,٣ % . أوجد احتمال أن يحصل في عيّنة عشوائية من ٢٠٠ لوح

(أ) خطأ في لوح واحد فقط	(ب) خطأ في أقل من لوحين
الحل ن= ٢٠٠ ر = ١ ب = ٠,٠٠٣ ١-ب = ٠,٩٩٧ ل(س = ١) = $\binom{٢٠٠}{١}$ × (٠,٠٠٣)^{١} × (٠,٩٩٧)^{١٩٩} = ٠,٣٣	الحل ن= ٢٠٠ ر = ١أو٠ ب = ٠,٠٠٣ ١-ب = ٠,٩٩٧ ل(س = ١) = $\binom{٢٠٠}{١}$ × (٠,٠٠٣)^{١} × (٠,٩٩٧)^{١٩٩} = ٠,٣٣ ل(س = ٠) = $\binom{٢٠٠}{٠}$ × (٠,٠٠٣)^{٠} × (٠,٩٩٧)^{٢٠٠} = ٠,٥٤٨ احتمال خطأ في أقل من لوحين = ٠,٣٣ + ٠,٥٤٨ = ٠,٨٧٨